
2. Analiza linearnih vremenski-invarijantnih (stacionarnih) diskretnih sistema

Reprezentacija linearnog stacionarnog diskretnog sistema u prostoru stanja sastoji se u izražavanju relacije između relevantnih diskretnih signala u formi vektorske diferentne jednačine prvog reda, tzv. jednačine stanja

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

i algebarske jednačine izlaza

$$y(k) = Cx(k) + Du(k)$$

gde je $u(k)$ $m \times 1$ dimenzioni vektor ulaza, $x(k)$ $n \times 1$ dimenzioni vektor stanja, a $y(k)$ $p \times 1$ dimenzioni vektor izlaza, pri čemu su A , B , C , D konstantne matrice odgovarajućih dimenzija.

Analiza ovakvog sistema sastoji se u rešavanju diferentne jednačine stanja na sledeći način:

$$k = 0 \Rightarrow x(1) = Ax(0) + Bu(0)$$

$$k = 1 \Rightarrow x(2) = Ax(1) + Bu(1) = A^2x(0) + ABu(0) + Bu(1)$$

$$k = 2 \Rightarrow x(3) = Ax(2) + Bu(2) = A^3x(0) + A^2Bu(0) + ABu(1) + Bu(2)$$

...

$$k = n \Rightarrow x(n) = A^n x(0) + \sum_{i=0}^{n-1} A^{n-i-1} Bu(i)$$

Zamenom izvedenog izraza za vektor stanja u jednačinu izlaza dobija se

$$y(n) = CA^n x(0) + C \sum_{i=0}^{n-1} A^{n-i-1} Bu(i) + Du(n)$$

Matrica

$$\Phi(n) = A^n ; n = 0, 1, \dots$$

se naziva fundamentalna matrica ili matrica prelaza sistema i ima sledeće osobine

$$\Phi(k+1) = \Phi(k)\Phi(n)$$

$$\Phi(n) = \Phi^{-1}(-n)$$

Alternativno rešenje može se dobiti u kompleksnom domenu primenom zed transformacije na jednačinu stanja

$$Z[x(k+1)] = AZ[x(k)] + BZ[u(k)]$$

odnosno

$$zX(z) - zx(0) = AX(z) + BU(z)$$

odakle sledi

$$X(z) = \Phi(z)x(0) + z^{-1} \Phi(z)BU(z); \Phi(z) = z(zI - A)^{-1}$$

Primenom inverzne zed transformacije dobija se

$$x(k) = \Phi(k)x(0) + \Phi(k-1) \otimes Bu(k) = \Phi(k)x(0) + \sum_{i=0}^{k-1} \Phi(k-1-i)Bu(i)$$

gde je fundamentalna matrica sistema

$$\Phi(k) = Z^{-1}[\Phi(z)] = Z^{-1}[z(zI - A)^{-1}] = A^k$$

a simbol \otimes označava konvolucionu sumu (diskretnu konvoluciju). Ukoliko je početni referentni trenutak $k=k_0$, a ne $k=0$ kao u dosadašnjoj analizi, rešenje diferentne jednačine stanja je

$$x(k) = \Phi(k - k_0)x(k_0) + \sum_{i=k_0}^{k-1} \Phi(k-1-i)Bu(i)$$

Gde je fundamentalna matrica sistema

$$\Phi(k, k_0) = \Phi(k - k_0) = A^{k-k_0}$$

a vektor izlaza

$$y(k) = C\Phi(k - k_0)x(k_0) + \sum_{i=k_0}^{k-1} C\Phi(k-1-i)Bu(i)$$

Diskretan niz $\{x(k)\}$ naziva se trajektorija ili putanja diskretnog sistema u prostoru stanja.

2.1 Veza funkcije prenosa i modela u prostoru stanja

Primenom Z-transformacije na model u prostoru stanja

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned}$$

dobija se

$$\begin{aligned} X(z) &= \frac{\Phi(z)}{z} BU(z) = (zI - A)^{-1} BU(z) \\ Y(z) &= C \frac{\Phi(z)}{z} BU(z) + DU(z) = [C(zI - A)^{-1} B + D]U(z) = G(z)U(z) \end{aligned}$$

gde je matrica funkcija prenosa sistema (ulazno-izlazna reprezentacija modela sistem)

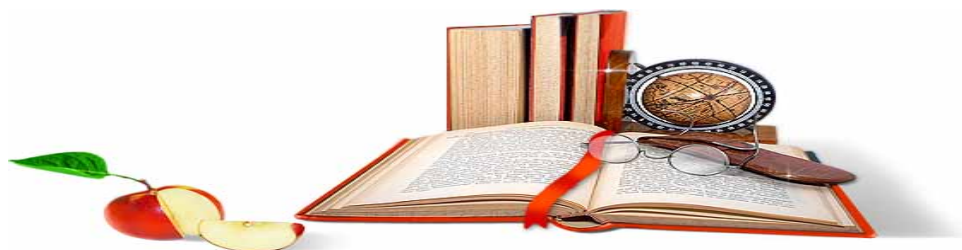
$$G(z) = C \frac{\Phi(z)}{z} B + D = C(zI - A)^{-1} B + D = C \frac{adj(zI - A)}{\det(zI - A)} B + D$$

a matrica impulsnih odziva

**---- OSTATAK TEKSTA NIJE PRIKAZAN. CEO RAD MOŽETE
PREUZETI NA SAJTU WWW.MATURSKI.NET ----**

BESPLATNI GOTOVI SEMINARSKI, DIPLOMSKI I MATURSKI TEKST
RAZMENA LINKOVA - RAZMENA RADOVA
RADOVI IZ SVIH OBLASTI, POWERPOINT PREZENTACIJE I DRUGI EDUKATIVNI MATERIJALI.

WWW.SEMINARSKIRAD.ORG
WWW.MAGISTARSKI.COM
WWW.MATURSKIRADOVI.NET



NA NAŠIM SAJTOVIMA MOŽETE PRONAĆI SVE, BILO DA JE TO **SEMINARSKI**, **DIPLOMSKI** ILI **MATURSKI** RAD, POWERPOINT PREZENTACIJA I DRUGI EDUKATIVNI MATERIJAL. ZA RAZLIKU OD OSTALIH MI VAM PRUŽAMO DA POGLEDATE SVAKI RAD, NJEGOV SADRŽAJ I PRVE TRI STRANE TAKO DA MOŽETE TAČNO DA ODABERETE ONO ŠTO VAM U POTPUNOSTI ODGOVARA. U BAZI SE NALAZE **GOTOVI SEMINARSKI, DIPLOMSKI I MATURSKI RADOVI** KOJE MOŽETE SKINUTI I UZ NJIHOVU POMOĆ NAPRAVITI JEDINSTVEN I UNIKATAN RAD. AKO U **BAZI** NE NAĐETE RAD KOJI VAM JE POTREBAN, U SVAKOM MOMENTU MOŽETE NARUČITI DA VAM SE IZRADI NOVI, UNIKATAN SEMINARSKI ILI NEKI DRUGI RAD NA LINKU **IZRADA RADOVA**. PITANJA I ODGOVORE MOŽETE DOBITI NA NAŠEM **FORUMU** ILI NA

maturskiradovi.net@gmail.com