

**UNIVERZITET U SARAJEVU**  
**ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET U SARAJEVU**

Odsjek: Informatika i računarstvo

Škol.god. 2005/2006

***SEMINARSKI RAD***

na predmetu

***MATEMATIKA III***

(MATEMATIČKO MODELIRANJE)

Tema: MAKSIMALNI PROTOK  
(FORD-FULKERSONOV METOD)

**Student:**

Husić Goran

**Profesor:**

doc. dr. Tadej Mateljan

**Ass:**

mr. Saša Mrdović

## OPIS PROBLEMA

Problem protoka transportne mreže odnosi se na način upotrebe mreže ali tako da se dobije maksimalan iznos protoka od datog ulaza mreže do datog izlaza mreže. Ovakvi zadaci se često sreću u realnim transportnim problemima. Na primjer, ako je iz grada  $a$  potrebno prebaciti u grad  $b$  za određeno vrijeme mrežom željezničkih pruga što je moguće više tereta, dolazimo do tog zadatka. Podrazumijeva se da svaka pruga ima svoju propusnu sposobnost, tj. gornju granicu tereta koji se može po njoj prevesti za određeno vrijeme. Teret koji prispje na neku me|ustanicu mora odmah da se prevozi dalje, jer ne dolazi u obzir skladištenje na me|ustanicama. Isto tako, u me|ustanicama se ne smije ukrcavati novi teret za prevoz.

## MATEMATIČKI MODEL

Definicije potrebnih pojmova:

**Graf**  $G$  je uređena trojka  $G = (V(G), E(G), \psi_G)$ , koja se sastoji od nepraznog skupa  $V=V(G)$ , čiji su elementi vrhovi od  $G$ , skupa  $E=E(G)$  disjunktog sa  $V(G)$ , čiji su elementi ivice od  $G$  i funkcije incidencije  $\psi_G$ , koja svakoj ivici od  $G$  pridružuje neuređeni par (ne nužno različitih) vrhova  $G$ . Ako je  $e \in E(G)$ , a  $u, v \in V(G)$ , tako da je  $\psi_G(e) = uv$ , kažemo da  $e$  spaja  $u$  i  $v$ , a  $u$  i  $v$  su krajevi od  $e$ . Ivica  $e$  s jednim jedinim vrhom  $u$  zove se **petlja**.

**Usmjereni graf** ili **digraf** (engl. directed graph ili digraph)  $D$  je uređena trojka  $(V(D), E(D), \psi_D)$  koja se sastoji od nepraznog skupa  $V(D)$  vrhova, skupa  $A(D)$  lukova (ili usmjerenih ivica) i funkcije incidencije  $\psi_D$ , koja svakom luku  $a$  pridružuje neuređeni par (ne nužno različitih) vrhova  $u, v$  koje  $a$  spaja, tj. Ako je  $\psi_D(a) = (u, v)$ , kažemo da  $a$  spaja  $u$  sa  $v$ , a  $u$  i  $v$  su krajevi od  $a$ ;  $u$  je početni, a  $v$  krajnji vrh od  $a$ . Kraće se piše  $a = (u, v)$ . Preciznije, luk  $a = (u, v)$  je orjentiran od početka vrha  $u$  prema krajnjem vrhu  $v$ . Svakom digrafu  $D$  je pridružen pripadni graf s istim skupom vrhova, a luku iz  $D$  pridružena je ivica s istim krajevima. Digraf se crta kao i pripadni graf s time da se na svakoj ivici grafa nacrtava strelica koja ide prema kraju odgovarajuće ivice digrafa.

**Instupanj** (ulazni stupanj)  $d^-(v)$  i **outstupanj** (izlazni stupanj)  $d^+(v)$  definiše se kao broj lukova u  $D$  s krajem, odnosno početkom  $v$ , gdje je  $v$  vrh u  $D$ .

**Transportna mreža** (ili mreža, engl. network)  $N$  je povezani digraf bez petlji za koji vrijedi:

- 1) postoji jedinstveni vrh  $i$  s instupnjem  $d^-(i) = 0$ , koji se zove izvor ili ulaz mreže
- 2) postoji jedinstveni vrh  $p$  s outstupnjem  $d^+(p) = 0$ , koji se zove ponor ili izlaz mreže
- 3) svakom luku  $a = (u, v) \in A(N)$  pridružen je realan broj  $c(a) = c(u, v) \geq 0$ , koji se zove kapacitet od  $a$ . Ako ne postoji luk  $(u, v)$ , stavljamo  $c(u, v) = 0$ .

**Protok** (ili tok, engl. flow) mreže  $N$  je funkcija  $f: A(N) \rightarrow \mathbb{R}^+$  koja svakom luku  $a = (u, v)$  pridružuje broj  $f(a) = f(u, v)$  tako da vrijedi

$$f(u, v) \leq c(u, v) \quad (1)$$

$$\sum_{v \in V(N)} f(u, v) = \sum_{v \in V(N)} f(v, u), \quad \forall u \neq i, p. \quad (2)$$

**---- OSTATAK TEKSTA NIJE PRIKAZAN. CEO RAD MOŽETE  
PREUZETI NA SAJTU [WWW.MATURSKI.NET](http://WWW.MATURSKI.NET) ----**

**[BESPLATNI GOTOVI SEMINARSKI, DIPLOMSKI I MATURSKI TEKST](http://WWW.SEMINARSKIRAD.ORG)  
RAZMENA LINKOVA - RAZMENA RADOVA  
RADOVI IZ SVIH OBLASTI, POWERPOINT PREZENTACIJE I DRUGI EDUKATIVNI MATERIJALI.**

**[WWW.SEMINARSKIRAD.ORG](http://WWW.SEMINARSKIRAD.ORG)  
[WWW.MAGISTARSKI.COM](http://WWW.MAGISTARSKI.COM)  
[WWW.MATURSKIRADOVI.NET](http://WWW.MATURSKIRADOVI.NET)**



NA NAŠIM SAJTOVIMA MOŽETE PRONAĆI SVE, BILO DA JE TO [SEMINARSKI](#), [DIPLOMSKI](#) ILI [MATURSKI](#) RAD, POWERPOINT PREZENTACIJA I DRUGI EDUKATIVNI MATERIJAL. ZA RAZLIKU OD OSTALIH MI VAM PRUŽAMO DA POGLEDATE SVAKI RAD, NJEGOV SADRŽAJ I PRVE TRI STRANE TAKO DA MOŽETE TAČNO DA ODABERETE ONO ŠTO VAM U POTPUNOSTI ODGOVARA. U BAZI SE NALAZE [GOTOVI SEMINARSKI, DIPLOMSKI I MATURSKI RADOVI](#) KOJE MOŽETE SKINUTI I UZ NJIHOVU POMOĆ NAPRAVITI JEDINSTVEN I UNIKATAN RAD. AKO U [BAZI](#) NE NAĐETE RAD KOJI VAM JE POTREBAN, U SVAKOM MOMENTU MOŽETE NARUČITI DA VAM SE IZRADI NOVI, UNIKATAN SEMINARSKI ILI NEKI DRUGI RAD NA LINKU [IZRADA RADOVA](#). PITANJA I ODGOVORE MOŽETE DOBITI NA NAŠEM [FORUMU](#) ILI NA

**[maturskiradovi.net@gmail.com](mailto:maturskiradovi.net@gmail.com)**